

# Echtzeit-Detektion von instabilem Regelkreisverhalten

Sven Höber<sup>1</sup>, Christian Pape<sup>1</sup>, Eduard Reithmeier<sup>1</sup>

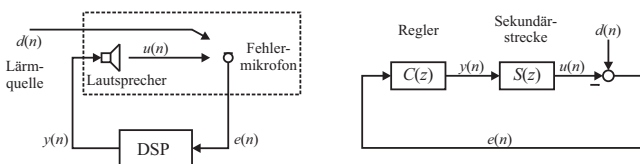
<sup>1</sup> Institut für Mess- und Regelungstechnik, 30167 Hannover, Deutschland, Email: hoeber@imr.uni-hannover.de

## Einleitung

Lärm kann stören, belasten oder sogar gesundheitsschädlich sein. In diesem Kontext können Kopfhörer mit aktiver Schallreduktion (kurz: ANC – Active Noise Control) einen erheblichen Komfortgewinn erzielen. Neben Piloten-Headsets wird diese Technologie auch zunehmend in kommerziell erhältlichen Kopfhörern angeboten, um insbesondere auf Reisen oder am Arbeitsplatz den umgebenden Lärm direkt am Ohr zu reduzieren. Während sich die momentane Auswahl an ANC-Kopfhörern hauptsächlich auf ohrumschließende Modelle beschränkt, wurde das Konzept in den vergangenen Jahren auf die kompakteren In-Ear-Kopfhörer erweitert. Bei der technischen Umsetzung von ANC-Systemen auf Grundlage der Feedback-Struktur wird von einem Innenmikrofon im Kopfhörer das Differenzsignal aus Stör- und Lautsprecherschall gemessen und zu einem Regler zurückgeführt. Problematisch bei der Feedback-Struktur ist die Gefahr der Instabilität, was sich in einer Übersteuerung der Lautsprecher bis hin zur Zerstörung derselben äußert. Hieraus resultiert die Notwendigkeit, das Verhalten des Regelkreises kontinuierlich zu überwachen, um so den gegebenenfalls eintretenden instabilen Zustand frühzeitig erkennen zu können. Vor diesem Hintergrund werden im Folgenden verschiedene Methoden verglichen, mit denen anhand der Signale von Mikrofon und Lautsprecher eine Aussage über den Zustand der Regelung gemacht werden kann.

## Aufbau des Systems

Bei dem hier untersuchten System handelt es sich um eine Feedback-Regelung zur aktiven Schallreduktion in In-Ear-Kopfhörern. Abbildung 1 zeigt links den schematischen Aufbau. Die Aufgabe der Regelung besteht in der Minimierung des Fehlers  $e(n)$ , welcher sich aus der Interferenz von Lautsprecherschall  $u(n)$  und Störschall  $d(n)$  am Fehlermikrofon ergibt. Dazu wird der Lautsprecher



**Abbildung 1:** Schematischer Aufbau des untersuchten Systems (links) und Blockschaltbild des entsprechenden Regelkreises (rechts)

vom Regler mit der entsprechenden Stellgröße  $y(n)$  angesteuert. Die Verarbeitung der Signale geschieht auf einem digitalen Signalprozessor (DSP), auf welchem die gesamte Regelung implementiert ist. Die Regelstrecke  $S(z)$

wird im Zusammenhang mit ANC-Anwendungen als Sekundärstrecke bezeichnet. Das zum beschriebenen Aufbau (links) äquivalente Blockschaltbild ist rechts in Abbildung 1 dargestellt.

## Methoden im Frequenzbereich

Die Analyse des Systems im Frequenzbereich erfordert zunächst eine Fourier-Transformation der Signale. Da diese zur Laufzeit stattfinden soll, wird die Kurzzeit-FFT [4] verwendet. Anschließend kann über das Verhältnis der transformierten Signale zueinander das entsprechende Übertragungsverhalten bestimmt werden. Zur Analyse des Regelkreisverhaltens kann die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises

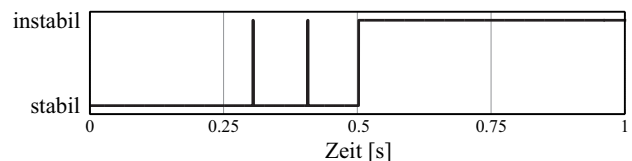
$$G_o(j\omega) = S(j\omega)C(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{E(j\omega)} \quad (1)$$

herangezogen werden. Diese Übertragungsfunktion lässt sich beispielsweise als Ortskurve darstellen und anschließend geometrisch auswerten. Dabei kann die Stabilität des Systems durch Anwendung des vereinfachten Nyquist-Kriteriums beurteilt werden, nach dem die Ortskurve die reelle Achse rechts des sogenannten kritischen Punktes  $(-1 + j0)$  schneiden muss. An diesem Achsen-schnittpunkt mit  $\omega_{180} = \omega|_{\text{Im}\{G_o\}=0}$  muss also gelten

$$\text{Re}\{G_o(j\omega_{180})\} > -1. \quad (2)$$

In der Umsetzung dieser Methode werden kontinuierlich entsprechend Gl. (1) zunächst das Fehlersignal  $e(n)$  und der Lautsprecherausgang  $u(n)$  in den Frequenzbereich transformiert und deren Quotient gebildet. Anschließend werden Real- und Imaginärteil der resultierenden Übertragungsfunktion  $G_o(j\omega)$  iterativ für alle Frequenzen betrachtet und überprüft, ob die Bedingung (2) erfüllt ist. Auf diese Weise soll erkannt werden, ob der Regelkreis instabil wird.

Die beschriebene Umsetzung der „Nyquist-Methode“ wurde in der Simulation getestet. Dazu wurde der Regelkreis nach der Hälfte der Zeit ( $t = 0,5$  s) destabilisiert und das geschätzte Verhalten über die gesamte Simulationszeit beobachtet (Abbildung 2). Wie erwartet erkennt



**Abbildung 2:** Simulierter Verlauf des mit der Nyquist-Methode geschätzten Zustands des Regelkreises

die Methode, dass der Regelkreis für  $t > 0,5$  s instabil

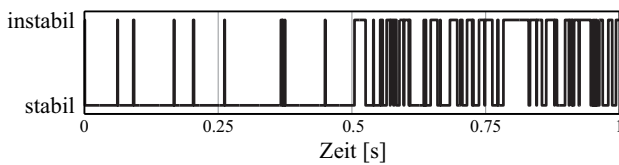
ist. Die zwei vom tatsächlichen Zustand abweichenden Schätzwerte bei  $t < 0,5$  s resultieren aus Phasenfehlern bei der Quotientenbildung (siehe Gl. (2)).

Aufgrund des vorangegangenen Ergebnisses wird ein weiteres Verfahren zur Stabilitätsüberprüfung getestet. Dabei erfolgt nun die Beurteilung des Verhaltens anhand der Amplituden- und Phasenkomponente von  $G_o(j\omega)$ . Ausschlaggebend ist wieder der kritische Punkt, wonach sich für die Nyquist-Bedingung für Stabilität

$$\varphi(\omega_D) = \arg\{G_o(j\omega_D)\} > -180^\circ \quad (3)$$

ergibt. Bei der Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$  erreicht die Amplitude 0 dB, hat also einen Betrag von 1.

Nun wird also kontinuierlich die Phase  $\varphi(\omega)$  betrachtet und überprüft, ob die Bedingung (3) erfüllt ist. Das Vorgehen beim Testen dieses Verfahrens – aufgrund des Bezugs zum Bode-Diagramm als Bode-Methode bezeichnet – in der Simulation ist analog zum obigen. Der dabei



**Abbildung 3:** Simulierter Verlauf des mit der Bode-Methode geschätzten Zustands des Regelkreises

erhaltene Verlauf (Abbildung 3) offenbart jedoch sofort, dass die Bode-Methode das System auch im stabilen Zustand oft als instabil einschätzt. Schwerwiegender ist noch, dass der instabile Zustand nicht durchgängig erkannt wird. Diese Methode ist daher nicht zuverlässig genug.

## Methoden im Zeitbereich

Da die vorgestellten Methoden im Frequenzbereich teilweise unzuverlässig sind und darüber hinaus durch die FFT einen hohen Rechenaufwand erfordern, sollen im Folgenden alternative Methoden im Zeitbereich untersucht werden, welche keine Kenntnis der Übertragungsfunktion  $G_o(j\omega)$  benötigen. Stattdessen soll die Leistung  $P_y(n)$  des Stellgrößensignals  $y(n)$  ausgewertet werden, was pro Abtastschritt lediglich eine vorausgehende Leistungsschätzung statt einer aufwendigen Transformation erfordert. Das Prinzip zur Erkennung von Instabilität basiert dabei auf dem Effekt, dass die Signale in einem instabilen System aufschwingen und somit ihre Leistung sprunghaft ansteigt. Dieser Anstieg dient bei den folgenden Methoden als Indikator. Da die Signalleistung aber auch durch die Instationarität der Störung ansteigen kann, muss zunächst ein Maß gefunden werden, das eine Aussage über die Ursache des Anstiegs trifft. Hieraus lässt sich die Bedingung

$$\frac{d}{dt}P_y(n) > \delta > 0 \quad (4)$$

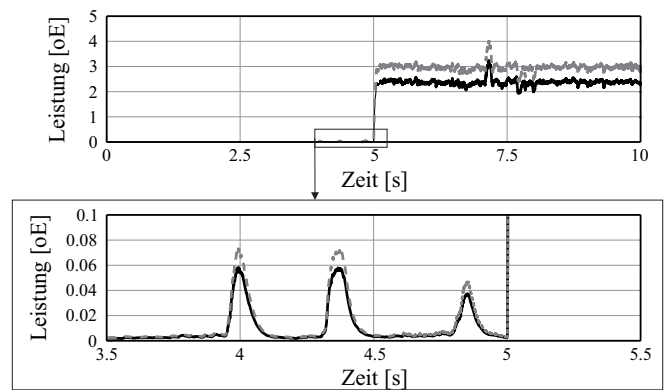
ableiten, nach der der Regelkreis instabil ist, wenn sich die Leistung schneller als ein positiver Wert  $\delta$  ändert.

Da dieser Grenzwert praktisch schwer zu quantifizieren ist, wird im ersten Ansatz stattdessen ein adaptives Toleranzband definiert, welches sich mit einer wählbaren festen Verzögerung  $k$  der Größenordnung der aktuellen Leistung anpasst. Wird der Regelkreis instabil, soll die Leistung derart schnell ansteigen, dass sie das Toleranzband verlässt, bevor dieses angepasst werden kann. Das Toleranzband wird dabei aus den Altwerten der Leistung berechnet

$$B_{\pm}(n) = (1 \pm \Delta_P) \cdot P_y(n - k), \quad (5)$$

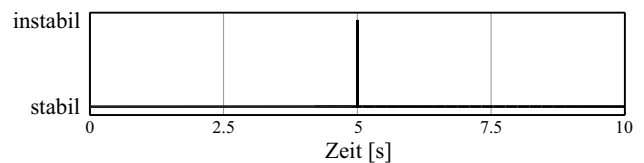
mit der zulässigen Abweichung – anschaulich Breite des Bandes – nach oben und unten  $\Delta_P$ .

Abbildung 4 zeigt den in der Simulation erhaltenen Verlauf der geschätzten Leistung  $P_y(n)$  und die obere Grenze  $B_+(n)$  des nach Gl. (5) ermittelten Toleranzbandes. Im vergrößerten Ausschnitt ist zu sehen, dass



**Abbildung 4:** Oben: Zeitliche Verläufe der geschätzten Leistung (schwarz) und der daraus berechneten oberen Toleranzbandgrenze (grau). Unten: Vergrößerter Ausschnitt

die Anpassung des Bandes dafür sorgt, dass nicht mit dem Regelkreiszustand verbundene Leistungsanstiege jenes nicht überschreiten. Der mit der Destabilisierung einhergehende Anstieg bei  $t \geq 5$  s hingegen, veranlasst die Methode zum „Ausschlag“ (Abbildung 5). Dass

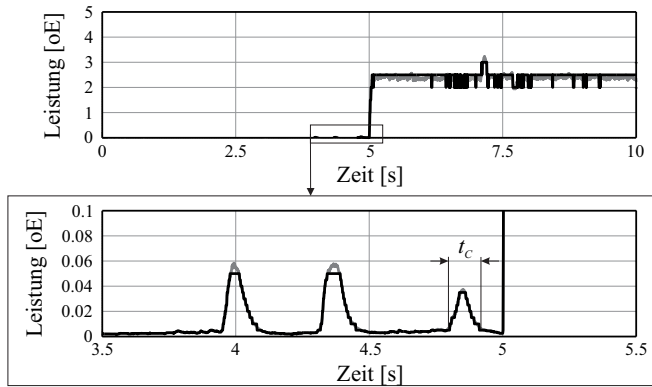


**Abbildung 5:** Simulierter Verlauf des mit der Toleranzband-Methode geschätzten Zustands des Regelkreises

der Zustand anschließend wieder als stabil angezeigt wird, liegt darin begründet, dass die Leistung durch die auch im Modell enthaltene Stellgrößensbegrenzung nicht weiter steigt und somit innerhalb des Toleranzbandes bleibt. Nachteilig bei dieser Umsetzung der Toleranzband-Methode ist, dass ihre Funktionalität stark von den einzustellenden Parametern  $k$  und  $\Delta_P$  abhängt. Ein optimaler, für alle Randbedingungen gültiger Parametersatz ist schwer zu finden.

Der im Folgenden beschriebene alternative Ansatz

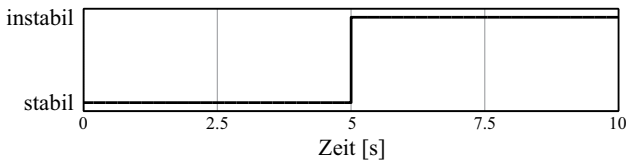
quantifiziert statt eines Grenzwertes für den Leistungsanstieg  $\delta$  bzw.  $k$  und  $\Delta_P$  die Menge der Anstiege in festen Zeitintervallen. Dazu werden die positiven und



**Abbildung 6:** Oben: Zeitlicher Verlauf der geschätzten Leistung (grau) und grob diskretisierter Verlauf (schwarz). Unten: Vergrößerter Ausschnitt

negativen Steigungsänderungen pro Intervall gezählt und überprüft, ob innerhalb dessen eine bestimmte Anzahl überschritten wird. Zur einfacheren Umsetzung wird die geschätzte Leistung dabei zunächst grob wertdiskretisiert, gezählt werden dann die steigenden und fallenden Flanken  $N_{f+}$  und  $N_{f-}$  der Leistung. Ein freilaufender Zähler, welcher das Zeitintervall  $t_c$  definiert (Abbildung 6 unten), setzt die Flankenzähler am Ende jedes Intervalls zurück.

In der Simulation zeigt sich, dass auch mit dieser Methode die Instabilität des Regelkreises sofort erkannt wird (Abbildung 7). Wie schon vorangehend beschrieben



**Abbildung 7:** Simulierter Verlauf des mit der Flankenzähler-Methode geschätzten Zustands des Regelkreises

jedoch, ist die Funktionalität der Flankenzähler-Methode ebenfalls stark von ihren Parametern abhängig.

## Kombinierte Methoden

Die vorherigen Untersuchungen haben gezeigt, dass die Systemanalyse im Frequenzbereich aufgrund der dazu notwendigen FFT eine Implementierung als Echtzeit-Methode problematisch macht. Auf der anderen Seite sind die leistungsbasierten Methoden im Zeitbereich stark von ihren Parametern abhängig und nicht zwingend mit dem Verhalten des Regelkreises verknüpft. Folglich ist eine Methode anzustreben, die basierend auf der Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises eine Erkennung von instabilem Verhalten im Zeitbereich erlaubt.

Dazu soll der offene Regelkreis mit Hilfe eines adaptiven Filters  $\hat{G}_o(z)$  identifiziert und anschließend dessen

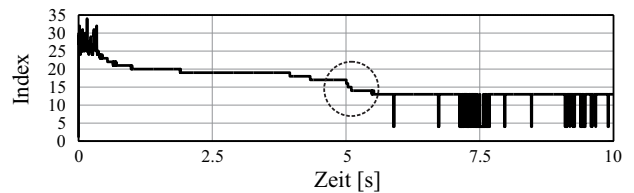
Koeffizienten ausgewertet werden. Ähnlich dem Hurwitz-Kriterium bei zeitkontinuierlichen Systemen existiert zur Stabilitätsprüfung digitaler Systeme das Determinanten-Kriterium von Jury. Der zugehörige Algorithmus wird ausführlich in [1] beschrieben. Mittels dessen wird das System – sprich der geschlossene Regelkreis – schließlich auf Stabilität untersucht. Das charakteristische Polynom  $1 + \hat{G}_o(z)$  ist dabei bereits durch

$$1 + \hat{G}_o(z) = 1 + a_m z^m + \dots + a_1 z + a_0 \quad (6)$$

gegeben, wenn  $\hat{G}_o(z)$  ein FIR-Filter ist. Zur Adaption des Filters wird daher der LMS-Algorithmus verwendet, der direkt die Koeffizienten  $a_i$  liefert und sich durch einen geringen Implementierungs- und Rechenaufwand auszeichnet[2][3]. Die Koeffizienten werden dann für die Stabilitätsprüfung nach Jury verwendet.

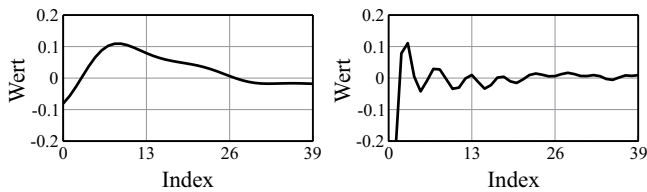
In der Simulation hat sich jedoch gezeigt, dass der Frequenzgang des Modellfilters  $\hat{G}_o(z)$  den des tatsächlichen offenen Regelkreises  $G_o(j\omega)$  nicht genau nachbildet. Dieses Problem konnte auf die Eigenschaften der Störung  $d(n)$  zurückgeführt werden. Im Falle weißen Rauschens beispielsweise, gelang eine wesentlich bessere Nachbildung als bei den auch für die vorherigen Simulationen verwendeten Straßengeräuschen, welche farbig und instationär sind. Diese Parameter beeinflussen wesentlich die Adaption des Filters. Da jedoch die Straßengeräusche realistischen Randbedingungen entsprechen, wird weiterhin mit dem unter ihrem Einfluss identifizierten Filter gearbeitet.

Aufgrund der genannten Schwierigkeiten bei der Identifikation des offenen Regelkreises liefert auch der Stabilitätstest nicht die zu erwartenden Ergebnisse. Dennoch konnte eine Veränderung beim Durchlaufen des Jury-Algorithmus festgestellt werden, wenn der Regelkreis instabil wird. Konkret ändert sich dabei der Index – sprich



**Abbildung 8:** Zeitlicher Verlauf des Index, bei dem die iterative Berechnung der Determinanten abbricht

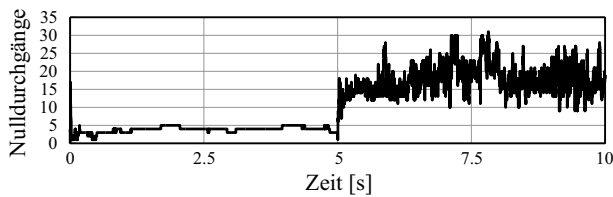
der Wert der Schleifenvariable –, bei dem die Iteration zur Berechnung der Determinanten (siehe [1]) abbricht. Abbildung 8 zeigt zur Veranschaulichung der Beobachtung den Verlauf dieses „Abbruch-Index“ über der Zeit. Des Weiteren ist die Instabilität des Regelkreises auch bei direkter Betrachtung der Koeffizienten des Modellfilters  $\hat{G}_o(z)$  erkennbar. Es hat sich gezeigt, dass diese, wenn über ihrem Index aufgetragen betrachtet, bei instabilem Regelkreis näherungsweise die Form einer harmonischen Schwingung aufweisen (Abbildung 9). Wird die Auftragung der Koeffizientenwerte über dem Index als Amplituden-Zeit-Diagramm angesehen, lässt sich anhand der Anzahl der „Nulldurchgänge“ schließlich eine Aussage über den Zustand des Regelkreises machen. Wie Abbildung 10 zeigt, erhöhen sich die Nulldurchgänge nach



**Abbildung 9:** Koeffizienten des Modellfilters bei stabilem (links) und instabilem Regelkreis (rechts)

der Destabilisierung.

Definiert man also einen Schwellwert für den „Abbruch-Index“ oder die Anzahl der Nulldurchgänge der Koeffizienten, ergibt sich auf Basis dieser Effekte eine zuverlässige Methode zur Schätzung des Regelkreiszustandes und somit zur Erkennung der Instabilität desselben.



**Abbildung 10:** Anzahl der „Nulldurchgänge“ des über dem Index aufgetragenen Koeffizientenvektors in Abhängigkeit vom Zustand des Regelkreises

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde untersucht, wie durch Echtzeit-Auswertung der Signale innerhalb eines Regelkreises zur aktiven Schallreduktion in In-Ear-Kopfhörern eine Aussage über dessen Stabilität gemacht werden kann. Dabei hat sich gezeigt, dass die direkte Analyse im Frequenzbereich – anhand des offenen Regelkreises  $G_o(j\omega)$  – zwar prinzipiell die Anwendung konventioneller Methoden wie das Nyquist-Kriterium ermöglicht. Jedoch ist bei einer Abtastfrequenz des verwendeten DSP von 40 kHz die zuvor notwendige Fourier-Transformation der Signale zu rechenintensiv für eine Anwendung zur Laufzeit der Regelung.

Hingegen haben die zeitbasierten Methoden auf Grundlage der Leistungsüberwachung der Signale sowohl einen geringen Rechen- wie auch Implementierungsaufwand. Ihre Funktionalität und damit auch ihre Zuverlässigkeit hängt jedoch stark von den einzustellenden Parametern ab. Außerdem ist der hierbei genutzte Effekt des Leistungsanstiegs nicht eindeutig mit dem Zustand des Regelkreises verknüpft.

Der Kompromiss aus den frequenz- und zeitbasierten Methoden führte schließlich auf die Auswertung der Koeffizienten eines adaptiven Filters, welches das Verhalten des offenen Regelkreises modellieren soll. Zur Überprüfung der Stabilität des Modellfilters wurde das Determinanten-Kriterium von Jury genutzt. Hierbei ergaben sich jedoch Probleme, weil die Adaption des Filters und damit die Identifikation des offenen Kreises durch instationäre Störungen  $d(n)$  beeinträchtigt wird. Dennoch

war mit dem Jury-Test die Erkennung von Instabilität möglich. Des Weiteren wurde gezeigt, dass der Zustand der Regelkreises alternativ auch anhand des Verlaufs der Koeffizientenwerte über dem -index zu beobachten ist.

## Literatur

- [1] Lutz, H., Wendt, W.: Taschenbuch der Regelungstechnik. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2012
- [2] Kammeyer, K.-D., Kroschel, K.: Digitale Signalverarbeitung. Vieweg & Teubner, Wiesbaden, 2012
- [3] Kuo, S. M., Morgan, D. R.: Active Noise Control Systems: Algorithms and DSP Implementations. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996
- [4] Meyer, M.: Signalverarbeitung. Friedr. Vieweg & Sohn Verlag GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2003